

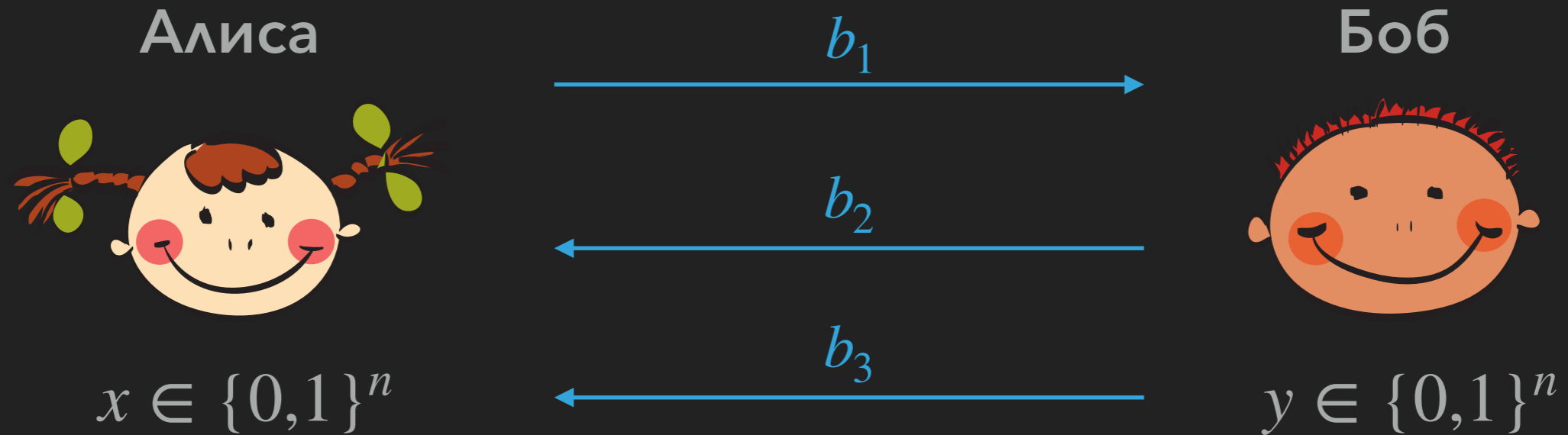
КОММУНИКАЦИОННЫЕ ИГРЫ

АРТУР ИГНАТЬЕВ, ЮРИЙ ДЕМЕНТЬЕВ, ТАТЬЯНА БЕЛОВА, ТИМОФЕЙ
МОСКАЛЕНКО, АНАСТАСИЯ МОЗГОЛИНА, ВЯЧЕСЛАВ СИДЕЛЬНИК



КОММУНИКАЦИОННАЯ СЛОЖНОСТЬ

- ▶ Придумана Эндрю Яо в 1979 году.



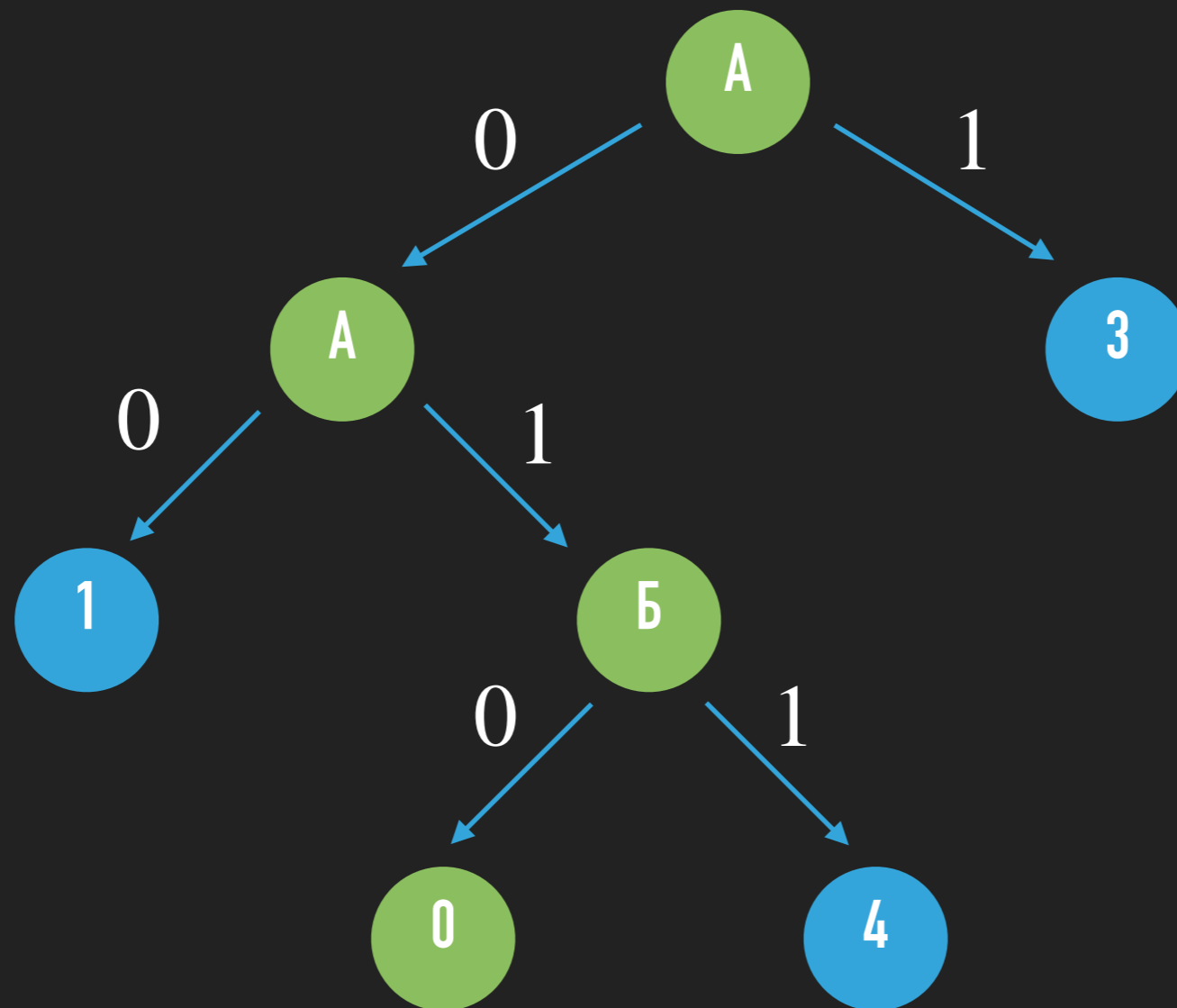
Алиса и Боб хотят вычислить $f(x, y)$.

Сложность – $\min_{\text{стратегия}} \max_{x,y} \text{количество раундов.}$

ПРИМЕР

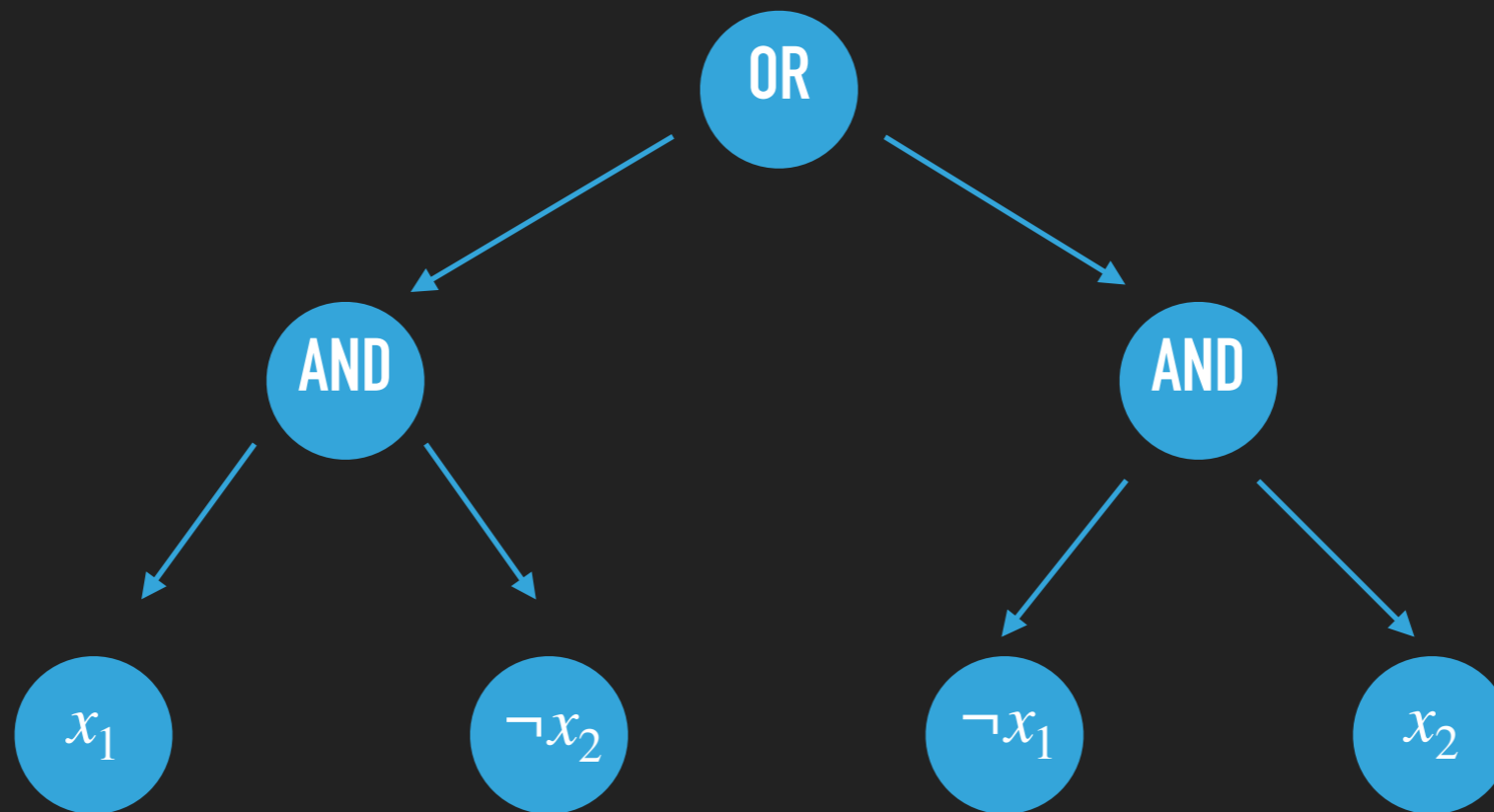
- ▶ У Алисы есть k_1 чисел от 1 до n .
- ▶ У Боба есть k_2 чисел от 1 до n .
- ▶ Как они могут быстро найти среднее арифметическое набора из $k_1 + k_2$ чисел?
- ▶ Алиса отправит k_1 и сумму чисел Бобу.
- ▶ Боб сделает тоже самое.

- ▶ Хотим доказывать нижние оценки.
- ▶ Как формализовать?



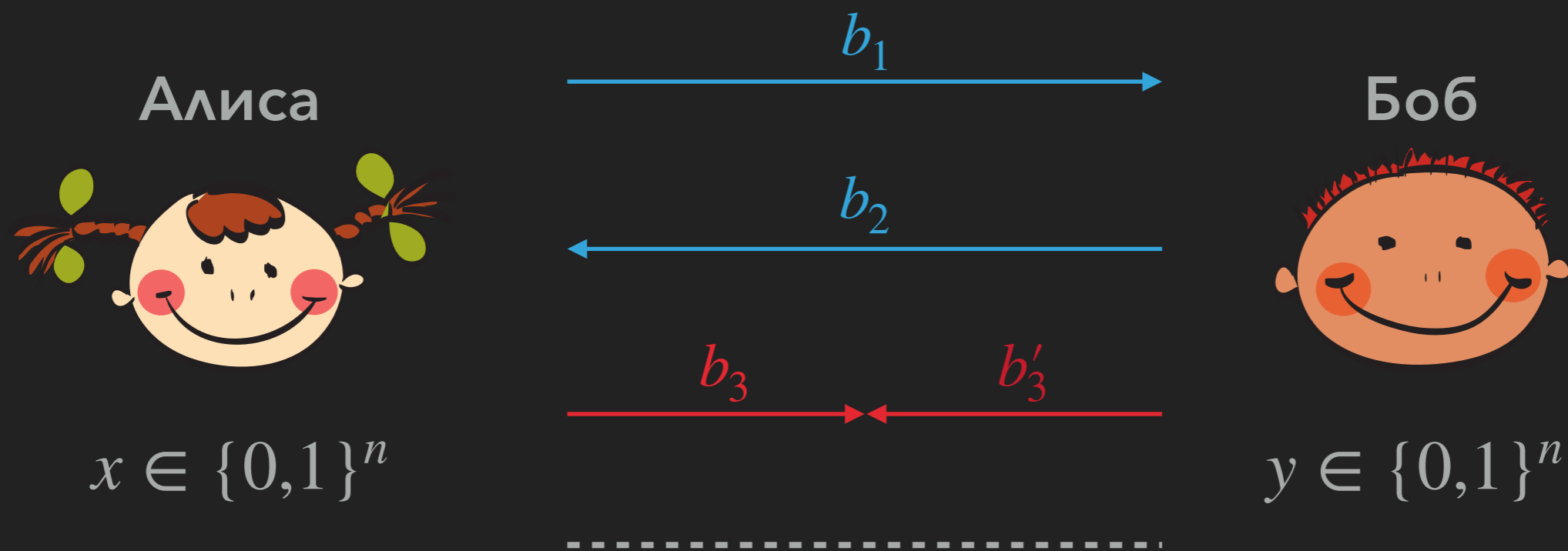
МОТИВАЦИЯ

- ▶ Формула – модель вычисления.
- ▶ Явные нижние оценки на функции и задачи.



ПОЛУДУПЛЕКСНАЯ МОДЕЛЬ

- ▶ Игроки общаются по полудуплексному каналу (рации).

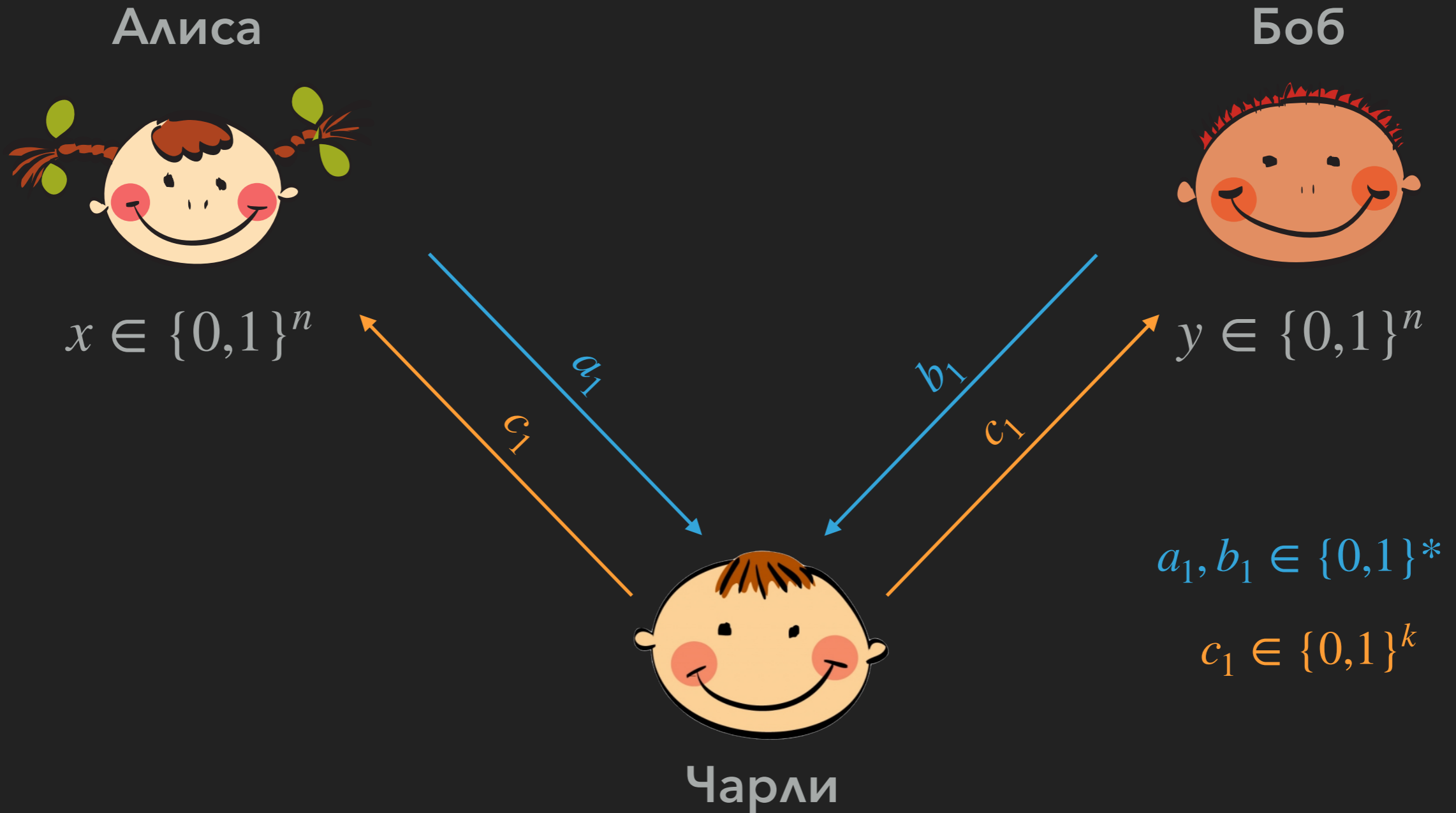


Алиса и Боб хотят вычислить $f(x, y)$.

- ▶ В этой модели есть три типа раундов.
 1. **Обычный раунд**: один посылает, другой принимает.
 2. **Утраченный раунд**: оба игрока посылают.
 3. **Тихий раунд**: оба игрока принимают.
- ▶ В [NIMS18] предложены три способа определить тихие раунды.
 - Полудуплексная модель с тишиной: игроки получают специальный символ (тишину), не 0 и не 1.
 - Полудуплексная модель с нулем: игроки получают 0 (неотличимо от обычного раунда).
 - Полудуплексная модель с противником: игроки получают биты, выбранные противником (или шум).

КОММУНИКАЦИЯ С ОРАКУЛОМ

- ▶ Игроки общаются с помощью оракула.



Чарли вычисляет некоторую функцию $A(a_i, b_i)$

- ▶ Наиболее изученным оракулом является задача равенства EQ. Обозначим за $P^{EQ}(f)$ коммуникационную сложность с оракулом EQ.
- ▶ Интересно установить связь между $P^{EQ}(f)$ и вероятностной коммуникационной сложностью с общими случайными битами.
- ▶ Можно ли найти оракул, который будет симулировать случайность?

ЗАДАЧИ

- ▶ Коммуникационная сложность EHD_k с оракулом EHD_ℓ не менее $\Omega(k/\ell)$.
- ▶ Можно ли улучшить оценку?
- ▶ Сложность случайной функции с оракулом EQ^1 равна $n - o(n)$.
- ▶ Сложность случайной функции в полудуплексной модели с нулем и противником равна $n - o(n)$.
- ▶ Связь между сложностью с оракулом и полудуплексной сложностью с тишиной?

УНИВЕРСАЛЬНЫЕ ПРОТОКОЛЫ

- ▶ Алиса и Боб договорились о протоколе заранее, до получения задачи (**раньше до получения входа**).
- ▶ Зафиксировали всю структуру протокола, кроме пометок на листьях и функций в вершинах.
- ▶ **При каких условиях существует универсальный протокол, решающий все задачи со сложностью не более d ?**
- ▶ Мы бы хотели находить такие протоколы.